

PA e PG - Exercícios



A origem do jogo de xadrez é desconhecida e existe uma porção de lendas a respeito do fato. No famoso livro *O homem que calculava*, indicadíssimo para estudantes dos mais variáveis níveis, consta uma dessas versões que é muito interessante.

Diz-se que viveu na Índia um rico rei chamado Jadava que acabou perdendo seu filho em uma terrível batalha. Triste e amargurado, o rei passava os dias lembrando a batalha em todos os seus pormenores, rascunhando complexos esquemas na areia tentando inutilmente encontrar alguma forma que pudesse ter lhe rendido a batalha sem que isso lhe custasse a vida de seu filho.

Um viajante muito sábio passando pelo reino de Jadava tomou conhecimento do sofrimento do rei e foi lhe apresentar o jogo que havia criado. Como não poderia ser diferente, o rei se encantou com a forma como aquele simples tabuleiro com as devidas peças ali dispostas ilustravam fielmente os viés de uma batalha real, tendo em suas estratégias inclusive o fato de que é necessário muitas vezes que se sacrifique uma

peça de grande importância para que o jogo seja ganho.

Empolgado com sua nova distração e com o engenho do criador o rei ofereceu ao viajante a recompensa que bem lhe conviesse. O viajante relutou, mas diante da insistência do rei propôs a seguinte paga pelo jogo: o rei deveria pagar ao viajante um grão de trigo pela primeira casa do tabuleiro, dois pela segunda, quatro pela terceira, oito pela quarta, dezesseis pela quinta e assim por diante, dobrando o número de grãos a cada casa até que chegássemos à última casa do tabuleiro de xadrez.

O rei, mostrando-se desconhecedor da linda e intrigante arte dos números, aceitou prontamente a proposta do viajante julgando-lhe louco por pedir tão pouco, e mandou que chamassem os matemáticos do reino para que calculassem a quantidade devida ao viajante e o pagassem. Mal sabia o rei que estava assumindo uma dívida que não poderia ser paga!

1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a	8 ^a
9 ^a	10 ^a	...					
						...	64 ^a

1. Calcule a dívida do rei Jadava.

Existem duas formas de calcular juros, a que denominados de cálculo de juros simples ou de juros compostos (ou juro sobre juro). Na primeira forma, a partir de um valor prefixado, a cada período acrescentamos uma porcentagem do valor inicial e na segunda forma acrescentamos uma porcentagem do valor anterior.

Vamos tomar como exemplo uma dívida de R\$ 1.000,00 a juros de 10% ao mês que deixamos parada sem pagar. Ao fim do primeiro mês teremos então uma dívida de R\$ 1.100,00 em

qualquer um dos cálculos. Ao fim do segundo, por juros simples, teremos o mesmo acréscimo do primeiro mês, ou seja, R\$ 100,00. Se calcularmos, porém, por juros compostos, teremos um acréscimo de 10% dos R\$ 1.100,00, ou seja, R\$ 110,00. Assim teremos, ao fim do segundo mês, R\$ 1.200,00 de dívida se o regime for de juros simples ou R\$ 1.210,00 se o regime for de juros compostos.

Agora pare e pense: que regime de cálculo você acha que os bancos utilizam? Você se surpreenderia com a resposta.

2. Dada uma dívida de R\$ 3.000,00 reais com juros de 10% ao mês, calcule qual o valor da dívida por juros simples e compostos para os seguintes períodos:

- 6 meses
- 1 ano
- 1 ano e meio

EXERCÍCIOS

3. Num determinado lago existe uma alga daninha que cresce na superfície e se multiplica em tal velocidade que a cada dia ela ocupa o dobro do espaço do dia anterior. Se no 10º dia de infestação a alga toma toda a superfície do lago, quando ela ocupou metade da superfície?
4. (UFSC 1989) Numa PG de 6 termos a razão é 5. O produto do 10 termo com o último é 12500. Determine o valor do 3º termo. Obs.: Considere a PG de termos positivos.
5. (UFSC 1991) Sejam x , 6 , y uma progressão aritmética onde x e y são dois números positivos. A sucessão x , 10 , $y+40$ é uma progressão geométrica. O valor numérico de $11y-7x$ é:
6. (UFSC 1992) O produto das raízes da equação $x^2 - 5x + 6 = 0$ é a razão de uma progressão aritmética em que o primeiro termo é 7. O valor do décimo segundo termo dessa progressão é:
7. (UFSC 1993) A soma de três termos em progressão aritmética crescente é 12. Se somarmos 2 ao terceiro termo, a nova seqüência constitui uma progressão geométrica. Calcule o produto dos três termos da progressão geométrica.
8. (UFSC 1994) Na progressão geométrica $(10, 2, 2/5, 2/25, \dots)$, a posição do termo $2/625$ é:
9. (UFSC 1995) Qual deve ser o número mínimo de termos da seqüência $(-133, -126, -119, -112, \dots)$ para que a soma de seus termos seja positiva?
10. (UFSC 1996) Se n é um número natural e $x = 2^n$, a soma dos divisores de x é:
- 01. $2(2^n - 1)$
 - 02. $2^{n+1} - 1$
 - 04. $2^n - 1$
 - 08. $2^n - 2$
 - 16. 2^{n-1}
11. (UFSC 1996) A soma dos múltiplos de 10, compreendidos entre 1 e 1995, é:
- 01. 198.000
 - 02. 19.950
 - 04. 199.000
 - 08. 1.991.010
 - 16. 19.900
12. (UFSC 1997) A soma dos 10 primeiros termos de uma PA, na qual o primeiro termo é igual à razão e $a_3 + a_8 = 18$ é:
13. (UFSC 1998) Se a, b, c são termos consecutivos de uma PA de razão 5 e $(a+2), b, (c-1)$ são termos consecutivos de uma PG, então o valor de $a+b+c$ é:

- 14.** (UFSC 1999) Sabendo que a seqüência $(1-3x, x-2, 2x+1)$ é uma PA e que a seqüência $(4y, 2y-1, y+1)$ é uma PG, determine a soma dos números associados à(s) proposiçã(o)es) VERDADEIRA(S).
- 01. O valor de x é 2.
 - 02. O valor de y é $1/8$.
 - 04. A soma dos termos da PA é zero.
 - 08. $-3/2$ é a razão da PG.
 - 16. APA é crescente.
- 15.** (UFSC 2000) Determine a soma dos números associados à(s) proposiçã(o)es) VERDADEIRA(S).
- 01. A razão da PA em que $a_1 = -8$ e $a_{20} = 30$ é $r = 2$
 - 02. A soma dos termos da PA $(5, 8, \dots, 41)$ é 299.
 - 04. O primeiro termo da PG em que $a_3 = 3$ e $a_7 = \frac{3}{16}$ é 12.
 - 08. A soma dos termos da PG $\left(5, \frac{5}{2}, \frac{5}{4}, \dots\right)$ é 10.
- 16.** (UFSC 2001) Determine a soma dos números associados à(s) proposiçã(o)es) VERDADEIRA(S).
- 01. Existem 64 múltiplos de 7 entre 5 e 500.
 - 02. O valor de x que satisfaz a equação $(x+1)+(x+4)+(x+7)+\dots+(x+28)=155$ é $x=1$.
 - 04. O oitavo termo da PG $(\sqrt{2}, 2, \dots)$ é $a_8 = 16$.
 - 08. A soma dos termos da PG $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{9}, \frac{4}{27}, \dots\right)$ é igual a 1.
- 17.** (UFSC 2002)
- 01. O 10º termo da seqüência, cujo termo geral é $a_n = 4n + 7$, é $a_{10} = 33$.
 - 02. Entre 20 e 1200 existem 169 múltiplos de 7.
 - 04. Se três números DISTINTOS formam uma progressão aritmética, então eles não formam uma progressão geométrica.
 - 08. Uma seqüência de quadrados é construída a partir de um quadrado dado, tomando-se para os vértices de cada quadrado, a partir do segundo, os pontos médios dos lados do quadrado anterior. Então, as áreas desses quadrados formam uma progressão geométrica de razão $q=1/2$.

RESPOSTAS	
1	$2^{64} - 1$
2a	R\$4.800,00 R\$5.314,68
2b	R\$6.600,00 R\$9.415,29
2c	R\$8.400,00 R\$16.679,75
3	9º dia
4	50
5	96
6	73
7	64
8	06
9	38
10	02
11	04
12	90
13	36
14	31
15	15
16	15
17	14